

Diferensiyel Denklemler I Çalışma Soruları

Metin Turgay

December 21, 2025

Bölüm 1

Çalışma Soruları

1-18 sorularında verilen diferensiyel denklemlerin genel/özel çözümlerini bulunuz.

1. $(x^4 + y^4)dx - xy^3dy = 0$

2. $\frac{dy}{dx} = \frac{x^2 - y^2}{3xy}$

3. $y' = \frac{3x^2 + 4x - 4}{2y - 4}, \quad y(1) = 3$

4. $y' + \frac{2}{x}y = xy^3$

5. $\frac{dy}{dx} + \frac{4}{x}y = \frac{\cos x}{x^4}$

6. $xy' + 2y = x^2 - x + 1$

7. $y' + \frac{u}{x}y = x^3y^2$

8. $y' = y^2 - \frac{y}{x} - \frac{1}{x^2}, x > 0, y(1) = 2$

9. $(2xy + y)dx + (x^2 + x + 3y^2)dy = 0$

10. $y' + 2y = te^{-2t}, y(1) = 0$

11. $y' = e^{2x} + y - 1$

12. $\frac{dy}{dx} = \frac{x+3y}{x-y}$

13. $y^{-1}dy + ye^{\cos x} \sin x dx = 0$

14. $\cos x \frac{dy}{dx} + y \sin x = 2x \cos^2 x$

15. $(e^x y + xe^x y)dx + (xe^x + 2)dy = 0, y(0) = -1$

16. $(xy + y^2)dx - x^2 dy = 0$

17. $(2xy + 3)dx + (x^2 - 4y)dy = 0$

18. $(2x \tan(y/x) + y)dx - xdy = 0$

19. $\sin y \neq 0, \cos y \neq 0$ olmak üzere

$$\frac{dy}{dx} = \frac{(x+1) \sin x}{\tan y}$$

diferensiyel denkleminin $y(0) = \pi$ koşulunu sağlayan çözümünü bulunuz.

20. $y > 3$ için $\frac{dy}{dx} + 2y = y^2$ diferensiyel denkleminin $y(0) = 4$ koşulunu sağlayan çözümünü bulunuz.

21. $x dx = \sqrt{1+x^2}(x dy + y dx)$ diferensiyel denkleminin $y(1) = 1$ koşulunu sağlayan çözümünü bulunuz.

22. $(x^2 - 3y^2) dx + 4xy dy = 0$ ile verilen homojen diferensiyel denklemin genel çözümünü bulunuz.

23. $(2x \tan(\frac{y}{x}) + y) dx - xdy = 0$ diferensiyel denkleminin çözümünü bulunuz.

24. $\frac{dy}{dx} = \frac{2y-x+5}{2x-y-4}$ diferensiyel denkleminin $y(1) = 2$ koşulunu sağlayan çözümünü bulunuz.

25. $(x - 3y)dx + (x + y - 4)dy = 0$ diferensiyel denkleminin $y(2) = 1$ koşulunu sağlayan çözümünü bulunuz.

26. $y' = -2 \cos x - y \sec x; y(0) = 1$ başlangıç değer problemini çözünüz.

27. $y' + (\cos x)y = \frac{\cos x}{4}$ diferensiyel denkleminin genel çözümünü bulunuz.

28. $u dx + (1 - 3u)x du = 3u du$ diferensiyel denkleminin genel çözümünü bulunuz.

29. c_1, m_1, m_2 sabitler ve $m_1 + m_2 \neq 0$ olmak üzere $\frac{dy}{dx} - m_2 y = c_1 e^{(m_1 + 2m_2)x}$ diferensiyel denkleminin genel çözümünü bulunuz.

30. $\frac{dy}{dx} + y = \frac{2}{1+e^{2x}}$ diferensiyel denkleminin genel çözümünü bulunuz.

31. $f(x) \neq 0$ için $f(x)dy + 2yf'(x)dx = -f(x)f'(x)dx$ diferensiyel denkleminin genel çözümünü bulunuz.

32. $y' + (\tan x)y = \frac{x}{2} \sin 2x$ diferensiyel denkleminin genel çözümünü bulunuz.

33. $2y' \sin x - y^3 - y \cos x = 0$ diferensiyel denkleminin genel çözümünü bulunuz.

34. $\frac{dy}{dx} + \frac{1}{2}(\tan x)y = \frac{(4x+5)^2}{4 \cos x} y^3$ diferensiyel denkleminin genel çözümünü bulunuz.

35. $y' + \frac{3y}{x} = -\frac{6e^x}{x} y^{\frac{2}{3}}$ diferensiyel denkleminin genel çözümünü bulunuz.

36. $n \neq 1$ ve $k + n \neq 1$ için $xy' - y = kx^k y^n$ diferensiyel denkleminin genel çözümünü bulunuz.

37. $y_1 = 1$ özel çözümüne sahip $y' = x + y(1 - 2x) - y^2(1 - x)$ diferensiyel denkleminin $y(0) = -1$ koşulunu sağlayan çözümünü bulunuz.
38. $y_1 = 2$ özel çözümüne sahip $\frac{dy}{dx} = -2 - y + y^2$ diferensiyel denkleminin genel çözümünü bulunuz.
39. $\frac{dy}{dx} + 2e^x - 4y + e^{-x}y^2 = 0$ diferensiyel denkleminin genel çözümünü bulunuz.
40. $(x^3 + xy^2 + 1)dx + Q(x, y)dy = 0$ denkleminin tam diferensiyel denklem olması için $Q(x, y)$ fonksiyonunu bulunuz.
41. $P(x, y)dx + (2ye^x + y^2e^{3x} - 2)dy = 0$ denkleminin tam diferensiyel denklem olması için $P(x, y)$ fonksiyonunu bulunuz.
42. $(3x^2 \tan y + 2) + (x^3 \sec^2 y - 1) \frac{dy}{dx} = 0$; $y(0) = 0$ başlangıç değer problemini çözünüz.
43. $(3x^2 + 2y + 6x^3y)dx + 2xdy = 0$ diferensiyel denkleminin genel çözümünü bulunuz.
44. $(2xy^2 + y)dx + (2y^3 - x - 2)dy = 0$ diferensiyel denklemin genel çözümünü bulunuz.
45. $(x + y) \sin y dx + (x \sin y + \cos y + \sin y)dy = 0$ diferensiyel denkleminin genel çözümünü bulunuz.
46. $(5xy^2 - 2y)dx + (3x^2y - x)dy = 0$ diferensiyel denkleminin bir $\lambda(x, y) = x^a y^b$ şeklindeki integral çarpanın bularak $y(1) = 2$ koşulunu sağlayan çözümünü elde ediniz.
47. $(\cos x \cos y)dx + (\sin x \cos y - \sin x \sin y + y + 1)dy = 0$ diferensiyel denkleminin genel çözümünü bulunuz.
48. $(4x + 3y^2 + 1)dx + 2xydy = 0$ diferensiyel denklemi için
a) Tam diferensiyel olmadığını gösteriniz.
b) x^n (n pozitif bir tamsayı), şeklinde bir integral çarpanı bulunuz.
c) Bulduğunuz integral çarpanı ile denklemi çarparak, bulunan tam diferensiyel denklemin genel çözümünü bulunuz.
49. $(2y^2 + 2xy)dx - x^2dy = 0$ diferensiyel denklemi için
a) Denklemin tam olmadığını gösteriniz.
b) n tamsayı olmak üzere verilen denklemin y^n şeklinde bir integral çarpanını bulunuz ve denklemi y^n ile çarpınız.
c) Bulunan tam diferensiyel denklemin genel çözümünü bulunuz.
50. $\frac{1}{x^2 + y^2}$ fonksiyonunun $(x + y + x^2 + y^2)dx + (y - x)dy = 0$ diferensiyel denkleminin bir integral çarpanı olduğunu gösteriniz ve denklemin genel çözümünü bulunuz.

51. $\left(2 + \frac{y^3}{x^3} + \frac{y^2}{x} + \frac{2y}{x}\right) dx + \left(-\frac{x}{y} - \frac{2y^2}{x^2} + y + \frac{3y}{x}\right) dy = 0$ tam olmayan diferensiyel denklemi için $v(x, y) = v\left(\frac{x}{y}\right)$ şeklinde bir integral çarpantı bularak genel çözümünü bulunuz.
52. $y' - y = 2e^x$ denkleminin $y = ve^{-x}$ dönüşümü ile genel çözümünü bulunuz.
53. $y' = 1 - \cos^2(x - y + 2)$ diferensiyel denkleminin genel çözümünü $x - y + 2 = u$ dönüşümüyle bulunuz.
54. $\ln x \ln y dx = x \ln(y^3) dy$ diferensiyel denkleminin genel çözümünü bulunuz.
55. $y' = \left(\frac{x-y+5}{x-y+1}\right)^2$ diferensiyel denkleminin genel çözümünü bulunuz.
56. $\frac{\sin^3 x}{\cos^3 y} dx = \frac{8 \sin y}{\cos x} dy$ denkleminin genel çözümünü bulunuz.
57. Aşağıdaki diferansiyel denklemleri çözünüz.
- $yy'' + (y')^2 = 0$
 - $y'' + cy^2 = 0$
 - $yy'' + (y')^2 = 2y^2$
 - $x^2 y'' - (y')^2 - 2xy' + 2x^2 = 0$
 - $x^3 y'' + (y')^3 = 0$
 - $x^2 y'' = \sqrt{(y')^2 + 1}$
 - $y^3 y'' = 4$
 - $2x^2 y' y'' - y'' - y' = 0$
 - $x^2 y'' - 2xy' = (y')^2$
 - $(y'')^2 + 1 = 0$
 - $xy'' - y' - 2x = 0$
58. Aşağıda verilen değişken katsayılı diferansiyel denklemlerin genel çözümlerini bulunuz.
- $(xD^2 + (1 - 2x)D)y = e^x$
 - $((1 + x^2)D^2 + 2xD)y = 2x^{-3}$
 - $(x^2 D^2 - D)y = \ln x$
 - $(x^2 D^2 + 4xD + 2)y = \ln(x + 1)$
 - $(xD^2 - (x + 2)D + 2)y = 0$
 - $(x^4 D^2 + 2x^3 D + 1)y = (1 + x)/x$
 - $(xD^2 - 3D + 3/x)y = x + 2$
 - $[x^2 D^2 - 4xD - (6 + 9x^2)]y = 0$

- l) $(xD^2 + 2D + 4x)y = 4$
i) $((x+1)^2 D^2 - (3x+4)D + 3)y = (3x+)e^{3x}$
59. Aşağıda verilen diferansiyel denklemlerin yanlarında verilen bir özel çözümü bilindiğine göre genel çözümlerini bulunuz.
- a) $[xD^2 - (1+x)D + 1]y = 0, \quad y_1 = e^x$
b) $(xD^2 - (1+3x)D + 3)y = 0, \quad y_1 = e^{3x}$
c) $[(\sin^2 x) D^2 - 2]y = 0, \quad y_1 = \cot x$
d) $x(1-x)D^2 + 2(1-x) + 2)y = 0, \quad y_1 = 1-x$
60. Aşağıdaki Cauchy-Euler denklemlerin genel çözümlerini bulunuz.
- a) $(x^2 D^2 - 2xD + 2)y = 4x^3$
b) $(x^3 D^3 + 2x^2 D^2 + xD - 1)y = x$
c) $(x^2 D^2 + xD + 9)y = 0$
d) $(x^3 D^3 + 3x^2 D^2 - 2xD + 2)y = 0$
61. $(D^2 + 6D + 11)y = -5 \sin x$ diferansiyel denkleminin genel çözümünü operatör yöntemiyle bulunuz.
62. $(D-1)^3(D+2)^2(D^2-6D+13)y = e^{-2x} - e^x$ diferansiyel denkleminin genel çözümünü operatör yöntemiyle bulunuz.
63. $(D^2 + 1)y = 12 \cos^2 x$ diferansiyel denkleminin genel çözümünü operatör yöntemiyle bulunuz.
64. $(D^2 + 6D + 9)y = \frac{x^2}{3}e^{-3x}$ diferansiyel denkleminin genel çözümünü operatör yöntemiyle bulunuz.